MOUVEMENT DANS UN CHAMP DE FORCE CENTRAL EN 1 / R²
Par Edgar Soulié

On appelle « champ de force central » un champ de force tel que le point matériel M de masse m subis une force dirigée suivant la direction OM, O étant la « source » du champ.

La loi de la gravitation universelle énonce que deux points matériels A et B s'attirent mutuellement selon une force dirigée suivant la droite AB et inversement proportionnelle au carré de leur distance :

Equation 1 :

$$\vec{F}_{subie\ par\ A} = \frac{g.m_A.m_B}{AB^2}.\vec{U}_{AB}$$

Cette force, proportionnelle à chacune des masses, dépend enfin d'une constante universelle de la physique dite constante de l'attraction universelle g.

Le principe de l'action et de la réaction énonce que la force qu'exerce A et que subit B est égale en grandeur et de sens opposé à la force qu'exerce B et que subit A :

$$\overrightarrow{F_{subie\ par\ A}} + \overrightarrow{F_{subie\ par\ B}} = \vec{0}$$

$\vec{U}_{AB}$ est le vecteur unitaire dirigé de A vers B.

Pour déterminer le mouvement de chacun des points matériels A et B, nous faisons intervenir le Principe Fondamental de la Dynamique :

La force $\vec{F}_P$ subie par un point matériel P de masse m est égale au produit de la masse m de ce point par son accélération.

Equation 2 :

accélération : $\vec{\Gamma}_P = \frac{d^2\overrightarrow{OP}}{dt^2}$: $\vec{F}_P = m\cdot\vec{\Gamma}_P$

Dans l'expression $\frac{d^2\overrightarrow{OP}}{dt^2}$, O désigne une origine fixe, et le symbole $\frac{d^2}{dt^2}$ est la dérivée seconde par rapport au temps.

Dans le cas de deux masses ponctuelles s'attirant mutuellement, il résulte des deux principes ci-dessus que :

Equation 3 :

$$m_A \cdot \frac{d^2\overrightarrow{OA}}{dt^2} + m_B \cdot \frac{d^2\overrightarrow{OB}}{dt^2} = \vec{0}$$

Soit G le centre de gravité du système défini par :

Equation 4 :

$$m_A \cdot \overrightarrow{GA} + m_B \cdot \overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

La masse du système étant considérée comme indépendante du temps
L'éq. (3) se récrit sous la forme :

Equation 5 :

$$\frac{d^2}{dt^2}(m_A\overrightarrow{OA} + m_B\overrightarrow{OB}) = \vec{0}$$

Par ailleurs, en introduisant le centre de gravité OA=OG+GA OB=OG+GB et sa propriété décrite par L'éq. (4) on obtient :
Equation 6 :

$$m_A \cdot \overrightarrow{OA} + m_B \cdot \overrightarrow{OB} = (m_A + m_B)\overline{OG}$$

L'éq. (5) s'écrit donc sous la forme
Equation 7 :

$$\frac{d^2}{dt^2}\left[(m_A + m_B)\overrightarrow{OG}\right] = \vec{0} \qquad \frac{d^2\overrightarrow{OG}}{dt^2} = \vec{0}$$

Le centre de gravité G, dont l'accélération est nulle, est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.
De l'équ. (7) on tire les équations suivantes
Equation 8 :

$$\frac{d^2\overrightarrow{OA}}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{GA}}{dt^2} \qquad \frac{d^2\overrightarrow{OB}}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{GB}}{dt^2}$$

L'équ. (2) du principe fondamental de la dynamique appliquée à la masse ponctuelle en A peut donc s'écrire
Equation 9 :

$$\vec{F}_A = m_A \cdot \frac{d^2\overrightarrow{GA}}{dt^2}$$

Dans l'équ. (4) remplaçons GB par GA + AB

Equation 10

$$m_A \cdot \overrightarrow{GA} + m_B(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$$

Equation 11

$$(m_A + m_B) \cdot \overrightarrow{GA} + m_B \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

Ce qui donne après réorganisation
Equation 12

$$(m_A + m_B) \cdot \overrightarrow{GA} = m_B \cdot \overrightarrow{BA}$$

Par une double dérivée par rapport au temps :
Equation 13

$$\frac{d^2\overrightarrow{GA}}{dt^2} = \frac{m_B}{m_A + m_B} \cdot \frac{d^2\overrightarrow{BA}}{dt^2}$$

En combinant les équation (1) (9) et (13) on obtient

Equation 14 :

$$\frac{g.m_A.m_B}{AB^2} \cdot \vec{U}_{AB} = \frac{m_A.m_B}{m_A + m_B} \cdot \frac{d^2\overrightarrow{BA}}{dt^2}$$

après simplification et réarrangement :

Equation 15 :

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2} = -g\frac{(m_A + m_B)}{AB^2} \cdot \vec{U}_{AB}$$

On remarquera dans l'équation (15) que les masses mA et mb n'interviennent qu'ensemble par leur somme.

Nous introduisons maintenant le vecteur Σ
Equation 16 :

$$\vec{\Sigma} = \overrightarrow{AB} \wedge \frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}$$

où le symbole ^ désigne le produit vectoriel.

Le vecteur ∑ est perpendiculaire à AB et perpendiculaire à $\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}$

son module est égal au produit des modules des vecteurs AB et $\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}$ multiplié par le sinus de leur angle.

Plus généralement, si Z = X ^ Y , les coordonnées (z1,z2,z3) du vecteur Z se déduisent des coordonnées cartésiennes des vecteurs X et Y par les formules :

Equations 17 :

z1=x2y3 – x3y2
z2=x3y1 – x1y3
z3=x1y2 – x2y1

En utilisant les formules (17) ainsi que la formule générale exprimant la dérivée d'un produit de fonctions :
Equation 18

$$\frac{d(f.g)}{dt}=f.(\frac{dg}{dt})+g.(\frac{df}{dt})$$

On obtient l'expression générale de la dérivée d'un produit vectoriel :
Equation 19

$$\frac{d(\overrightarrow{X}\wedge\overrightarrow{Y})}{dt}=\overrightarrow{X}\wedge\frac{d\overrightarrow{Y}}{dt}+\frac{d\overrightarrow{X}}{dt}\wedge\overrightarrow{Y}$$

Appliquée au vecteur ∑ de l'eq.(16), l'équ.(19) donne :
Equation 20

$$\frac{d\overrightarrow{\Sigma}}{dt}=\overrightarrow{AB}\wedge\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}+\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\wedge\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}$$

or le produit vectoriel de deux vecteurs parallèles est nul donc
Equation 21

$$\frac{d\overrightarrow{\Sigma}}{dt}=\vec{0}$$

Le vecteur ∑ dont la dérivée par rapport au temps est nulle est un vecteur constant C que nous exprimons sous la forme du produit d'une « longueur » C par un vecteur unitaire k

Equation 22

$$\overrightarrow{AB}\wedge\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}=\vec{\Sigma}=C\cdot\vec{k}$$

Comme le vecteur AB est perpendiculaire au vecteur constant k le mouvement de B autour de A se fait dans un plan perpendiculaire à k

Notons r la longueur du segment AB et repérons le vecteur unitaire u porté par AB dans un repère défini par deux vecteurs unitaire constant i et j formant avec k un trièdre droit direct.

A tout instant t, le vecteur u(t) peut s'exprimer par
Equation 23

$$\vec{u}_{(t)}=\vec{i}.\cos\theta_{(t)}+\vec{j}.\sin\theta_{(t)}$$

il a pour dérivée par rapport au temps :
Equation 24

$$\frac{d\vec{u}_{(t)}}{dt}=-\sin\theta_{(t)}\cdot\frac{d\theta_{(t)}}{dt}\cdot\vec{i}+\cos\theta_{(t)}\cdot\frac{d\theta_{(t)}}{dt}\cdot\vec{j}$$

que l'on peut encore écrire :

Equation 25

$$\frac{d\,\vec{u}_{(t)}}{dt}=\vec{v}_t\cdot\frac{d\,\theta_{(t)}}{dt}$$

en posant
Equation 26

$$\vec{v}_t=-\vec{i}.\sin\theta_{(t)}+\cos\theta_{(t)}\,\vec{j}$$

le vecteur vt est unitaire et perpendiculaire au vecteur u(t)
le vecteur **AB(t) = r(t).u(t)** a donc pour dérivée par rapport au temps :
Equation 27

$$\frac{d\overrightarrow{AB}_{(t)}}{dt}=\frac{dr}{dt}\cdot\vec{u}+r\cdot\frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{v}$$

Nous en déduisons l'expression du vecteur Σ de l'équ. (16)
Equation 28

$$\vec{\Sigma}=r\cdot\vec{u}\wedge(\frac{dr}{dt}\cdot\vec{u}+r\cdot\frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{v})$$

La distributivité du produit vectoriel par rapport à chaque composante (qui est apparente sur les equ. (17)) implique :
Equation 29

$$\vec{\Sigma}=r\cdot\frac{dr}{dt}\cdot\vec{u}\wedge\vec{u}+r^2\cdot\frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{u}\wedge\vec{v})$$

le premier terme est nul puisque u^v=0

l'application des formules (17) aux vecteur u et v montre que
Equation 30
u^v=i^j=k (en vecteur)

et par conséquent
Equation 31

$$\vec{\Sigma}=r^2\cdot\frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{k}$$

les équ. (22) et (31) impliquent la relation :
Equation 32

$$r^2\cdot\frac{d\theta}{dt}=C$$

CONNUE SOUS LE NOM DE « LOI DES AIRES »
Parce que $r^2d\theta$ est la surface infinitésimale balayée par le rayon-vecteur AB de longueur r qui a tourné d'un angle infinitésimal $d\theta$.

La loi des aires, qui résulte de l'équation (21) s'applique pour tous les champs de force centraux.

Nous tirons maintenant les conséquences du champ de force en $1/r^2$ qu'exprime l'équ. (15).

Exprimons $\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}$
Equation 33

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}=\frac{d}{dt}(\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt})=\frac{d}{dt}(\frac{dr}{dt}\cdot\vec{u}+r\cdot\frac{d\theta}{dt}\cdot\vec{v})$$

Dans l'expression entre parenthèse, nous éliminons la variable t à l'aide de la loi des aires (equ. (32))
Equation 34

$$\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}=\frac{dr}{d\theta}\cdot\frac{C}{r^2}$$

$$r\cdot\frac{d\theta}{dt}=\cdot\frac{C}{r}$$

de sorte que
Equation 35

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}=\frac{d}{dt}\cdot(\frac{C}{r^2}\cdot\frac{dr}{d\theta}\cdot\vec{u}+\frac{C}{r}\cdot\vec{v})$$

Nous posons alors :
Equation 36

$$\rho=\frac{1}{r} \qquad r=\frac{1}{\rho}$$

D'ou
Equation 37

$$\frac{d\rho}{d\theta}=\frac{d(\frac{1}{r})}{d\theta}=-\frac{1}{r^2}\cdot\frac{dr}{d\theta}$$

Par conséquent
Equation 38

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}=\frac{d}{dt}(-C\frac{d\rho}{d\theta}\cdot\vec{u}+C\rho\vec{v})$$

Nous remplaçons de nouveau la dérivation par rapport au temps par une dérivation par rapport à l'angle Θ à l'aide de la loi des aires (éq. 32)

Eq. 39 :

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}=\frac{C^2}{r^2}\frac{d}{d\theta}(-C\frac{d\rho}{d\theta}\vec{u}+C\rho\vec{v})$$

Nous effectuons alors la seconde dérivation par rapport à Θ :

Eq. 40 :

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}=\frac{C^2}{r^2}\left(-\frac{d^2\rho}{d\theta^2}\cdot\vec{u}-\frac{d\rho}{d\theta}\cdot\frac{d\vec{u}}{d\theta}+\frac{d\rho}{d\theta}\cdot\vec{v}+\rho\frac{d\vec{v}}{d\theta}\right)$$

Nous remplaçons alors $\frac{d\,\vec{u}}{d\,\theta}$ par $\vec{v}$ et $\frac{d\,\vec{v}}{d\,\theta}$ par $-\vec{u}$ comme il résulte de l'éq. 26.

Le second et le troisième terme de l'expression entre parenthèses au second membre de l'éq. 40 s'annulent, et l'on obtient l'éq. 41 :

$$\frac{d^2\overrightarrow{AB}}{dt^2}=\frac{-C^2}{r^2}\left(\frac{d^2\rho}{d\theta^2}+\rho\right)\cdot\vec{u}$$

L'éq. 41 est connue sous le nom de « formule de Binet »

En combinant les éqs. 15 et 41 nous obtenons l'éq 42 :

$$\frac{g.(m_A+m_B)}{r^2}\cdot\vec{u}=\frac{C^2}{r^2}\cdot\left(\frac{d^2\rho}{d\theta^2}+\rho\right)\vec{u}$$

Cette équation s'écrit après simplification :

Eq 43 :

$$\frac{d^2\rho}{d\theta^2}+\rho=\frac{g.(m_A+m_B)}{C^2}$$

Le second membre de cette équation différentielle du second ordre est une constante K positive.

La solution générale de cette équation différentielle est :

Eq. 44 :

$$\rho(\theta)=K+\alpha\cos(\theta)+\beta\sin(\theta)$$

et on peut la mettre sous la forme :

Eq. 45 :

$$\rho(\theta)=K(1+e.\cos(\theta-\theta_0))$$

Comme ρ inverse de Γ est positif quel que soit θ, il faut que $e.\cos(\theta-\theta_0)$ soit supérieur ou égal à –1

Des éq. 36 et éq.45 nous déduisons l'équation polaire de la trajectoire plane que B décrit autour de A :

Eq. 46 :

$$\Gamma(\theta)=\frac{1/K}{1+e.\cos(\theta-\theta_0)}$$

Cette équation polaire représente une conique c'est à dire une ellipse si e < 1, une parabole si e = 1 et une hyperbole si e > 1

Par un changement de repère approprié on prendra $\theta_0=0$

CAS D'UN MOUVEMENT ELLIPTIQUE

De la loi des aires (Eq. 32) nous déduisons :
Eq. 47 :

$$\frac{dt}{d\theta}=\frac{r^2}{C}=\frac{1/K^2C}{(1+e.\cos(\theta))^2}$$

d'où Eq. 48 :

$$t=\frac{1}{K^2C}\int\frac{d\theta}{(1+e.\cos\theta)^2}$$

Pour exprimer l'intégrale du second membre, nous posons :
Eq. 49 :

$$tg(\frac{\theta}{2})=s$$ soit : $$\theta=2Arctg(s)$$

d'où Eq. 50 :

$$t=\frac{1}{K^2C}\int\frac{2ds}{1+s^2}\frac{1}{(1+e.\frac{1-s^2}{1+s^2})^2}$$

où l'on a utilisé la formule :
Eq. 51 :

$$\cos(2x)=\frac{1-tg^2x}{1+tg^2x}$$

Après multiplication du numérateur et du énminateur de l'intégrand par 1+s² l'éq. 50 devient :

Eq. 52 :

$$t=\frac{2}{K^2C}\int\frac{2ds}{1+s^2}\frac{1}{(1+e.\frac{1-s^2}{1+s^2})^2}$$

Nous posons alors
Eq. 53

$$w=\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \text{ et } \xi=w.s$$

d'où eq. 54 :

$$t=\frac{2}{KC(1+e)^2}\int\frac{(1+\xi^2/w^2)\frac{d\xi}{w}}{(1+\xi)^2}$$

Nous réecrivons l'intégrand sous la forme suivante :
Eq. 55 :

$$\frac{\{(\xi^2/w^2)+(1/w^2)+1-(1/w^2)\}\frac{d\xi}{w}}{(1+\xi)^2}=\frac{1}{w^2}\frac{(1+\xi^2)\frac{d\xi}{w}}{(1+\xi)^2}+(\frac{1}{w}-\frac{1}{w3}).\frac{d\xi}{(1+\xi^2)^2}$$

soit en simplifiant :
Eq. 56 :

$$\frac{1}{w^3}\frac{d\xi}{1+\xi^2}+\left(\frac{1}{w}-\frac{1}{w^3}\right)\frac{d\xi}{(1+\xi^2)^2}$$

D'où Eq. 57 :

$$t=\frac{2}{K^2C(1+e)^2}\left[\frac{1}{w^3}\int\frac{d\xi}{(1+\xi^2)}+(\frac{1}{w}-\frac{1}{w^3})\int\frac{d\xi}{(1+\xi^2)^2}\right]$$

La première intégrale de l'Eq. 57 est classique :
Eq 58 :

$$\int\frac{d\xi}{1+\xi^2}=Arctg(\xi)$$

La seconde intégrale de l'Eq. 57 s'obtient en appliquant la formule de l'intégration par parties :
Eq 59 :

$$\int u.dv=u.v-\int v.du$$

avec $u = \frac{1}{1+\xi^2}$ et $v = \xi$, cela donne :

Eq. 60 :

$$\int \frac{d\xi}{1+\xi^2} = \frac{\xi}{1+\xi^2} - \int \xi \left(\frac{-2\xi}{(1+\xi)^2} d\xi \right)$$

soit Eq. 61 :

$$Arctg(\xi) = \frac{\xi}{1+\xi^2} + 2\int \frac{\xi^2}{(1+\xi^2)^2} d\xi$$

Nous réécrivons l'intégrand de l'éq. 61

Eq. 62 :

$$\frac{\xi^2}{(1+\xi^2)^2} = \frac{1+\xi^2-1}{(1+\xi)^2} = \frac{1}{1+\xi^2} - \frac{1}{(1+\xi^2)^2}$$

d'où Eq. 63 :

$$Arctg(\xi) = \frac{\xi}{1+\xi^2} + 2\left[\int \frac{d\xi}{(1+\xi^2)} - \int \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^2} \right]$$

en remplaçant de nouveau

$$\int \frac{d\xi}{1+\xi^2} = Arctg(\xi)$$

on obtient l'Eq. 64 :

$$Arctg(\xi) = \frac{\xi}{1+\xi^2} + 2\,Arctg(\xi) - 2\int \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^2}$$

d'où finalement

Eq. 65 :

$$\int \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^2} = \frac{1}{2}\frac{\xi}{1+\xi^2} + \frac{1}{2} Arctg(\xi)$$

En substituant les seconds membres des Eq. 58 et 65 dans l'Eq. 65 nous obtenons :

Eq. 66 :

$$t = \frac{2}{K^2 C(1+e)^2} \left[\frac{1}{w^3} Arctg(\xi) + \left(\frac{1}{2w} - \frac{1}{2w^3}\right).\left(\frac{\xi}{1+\xi^2} + Arctg(\xi)\right) \right]$$

et en réarrangeant :
Eq. 67 :

$$t=\frac{2}{K^2C(1+e)^2}\left[(\frac{1}{2w}+\frac{1}{2w^3})Arctg(\xi)+(\frac{1}{2w}-\frac{1}{2w^3}).\frac{\xi}{1+\xi^2}\right]$$

et en simplifiant :
Eq. 68 :

$$t=\frac{2}{K^2Cw(1+e)^2}\left[(1+\frac{1}{w^2})Arctg(\xi)+(1-\frac{1}{w^2}).\frac{\xi}{1+\xi^2}\right]$$

or $1+\frac{1}{w^2}=1+\frac{1+e}{1-e}$ d'apres l'Eq. 53 soit $1+\frac{1}{w^2}=\frac{2}{1-e}$

et $1-\frac{1}{w^2}=1-\frac{1+e}{1-e}=\frac{-2e}{1-e}$

l'Eq. 68 devient donc :
Eq. 69 :

$$t=\frac{1}{K^2Cw(1+e)^2}\left[\frac{2}{1-e}Arctg(\xi)-\frac{2e}{1-e}.\frac{\xi}{1+\xi^2}\right]$$

soit en mettant $\frac{1}{1-e}$ en facteur et en remplaçant « w » par sa valeur :
Eq. 70 :

$$t=\frac{1}{K^2C\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}(1+e)^2(1-e)}\left[2.Arctg(\xi)-e.\frac{2\xi}{1+\xi^2}\right]$$

Nous posons enfin Eq. 71 : $U=2.Arctg(\xi)$

D'où Eq. 72 : $\xi=tg(\frac{U}{2})$

De sorte que Eq. 73 : $\sin(U)=\frac{2\xi}{1+\xi^2}$

L'éq.70 prend alors la forme suivante : Eq. 74 :

$$t=\frac{1}{K^2C(1+e)^{3/2}(1-e)^{3/2}}[U-e.\sin(U)]$$

C’est l’équation de Képler.

Le coefficient (1/K) de l’équation (46) s’identifie avec le « paramètre » p de la conique qui , dans le cas d’une ellipse vaut :
Eq. 75 :

$$\frac{1}{K}=p=\frac{b^2}{a}=\frac{a^2-c^2}{a}=a(1-e^2)$$

où a et b sont respectivement le demi grand axe et le demi petit axe de l’ellipse.
La simplification du dénominateur de l’équation de Képler (74), suivie de la substitution de $a(1-e^2)$ à 1/K donne

Eq. 76:

$$t=\frac{a^2(1-e^2)^2}{C\left(1-e^2\right)^{3/2}}.(U-e.\sin U)$$

Par ailleurs, on a posé : Eq 43 bis

$$K=\frac{g.(m_A+m_B)}{C^2}$$

D’où il résulte avec l’éq. 75 que
Eq. 77 :

$$C^2=g.(m_A+m_B).a(1-e^2)$$

L’équation de Képler (Eq 78)

$$t=\frac{a^2\sqrt{1-e^2}}{C}\left[U-e.\sin(U)\right]$$

Peut donc s’écrire en substituant (77) dans (78) :
Eq.79 :

$$t=\frac{a^2\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{g(m_A+m_B)a.(1-e^2)}}\left[U-e.\sin(U)\right]$$

et après simplification :
Eq. 80 :

$$t=\frac{a^{3/2}}{\sqrt{g(m_A+m_B)}}\left[U-e.\sin(U)\right]$$

Lorsque U augmente de 2π, le compagnon B a effectué une révolution autour de A, et il s’est donc écoulé une période de révolution P . Nous en déduisons :
Eq. 81 :

$$P = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{g(m_A + m_B)}} . 2\pi$$

La troisième loi de Képler, qui exprime que les carrés des périodes de révolution (des orbites planétaires) sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes, est une conséquence de l'éq. (81) lorsque Ma = masse solaire et Mb masse planétaire Cette loi n'est qu'approchée, puisque si A désigne le soleil et B la planète considérée, la masse Mb est différente pour chaque planète. La troisième loi de Kepler constitue cependant une excellente approximation parce que les masses des planètes sont très petites devant celle su soleil.

Dans le cas d'une étoile double, l'éq. 81 permet de déterminer la somme des masses des composantes connaissant la période de révolution P et le demi-grand axe de l'orbite réelle a.

DETERMINATION DE LA MASSE DU SOLEIL

Négligeant la masse de la Terre, et supposant connue (par exemple grâce à l'observation des « transits » ou passage de Vénus devant le soleil) le demi-grand axe de l'orbite terrestre, on peut déduire de l'éq. (81) la masse du Soleil
Eq. 82 :

$$M_s = \frac{4\pi^2 . a^3}{g . P^2}$$

où $a = 1.49457.10^{11}$ mètres

P = année sidérale = 365,25636 Jours = $3,155815.10^{7}$ secondes

La constante de la graviation qui peut etre mesurée en laboratoire par la methode de Cavendish. La meilleure valeur est actuellement :

$g = 6,6732.10^{-11}$ Newton (metre)²/ Kilogramme (Eq 83)

L'application de l'eq. 82 donne :
$Ms = 1,9889.10^{30}$ Kilogrammes (Eq. 84)